

問 1. 一般的な囚人のジレンマ [30 点]

プレイヤー1 とプレイヤー2 が、それぞれ、「協力する」「協力しない」というふたつの戦略を持つものとする。ふたりのプレイヤーがともに「協力する」を選んだ場合の個々のプレイヤーの利得を c 、ふたりのプレイヤーがともに「協力しない」を選んだ場合の個々のプレイヤーの利得を d 、一人が「協力する」を選びもう一人が「協力しない」を選んだ場合、「協力する」を選んだプレイヤーの利得を b 、「協力しない」を選んだプレイヤーの利得を a とする。以下の問いに答えよ。

- (a) このゲームの利得行列をつくれ。 [15 点]
- (b) {協力しない, 協力しない} がこのゲームの支配戦略均衡となるが、{協力しない, 協力しない} よりも {協力する, 協力する} のほうがどちらのプレイヤーにとっても好ましくなるように、 a, b, c, d の間の大小関係を定め、その大小関係を不等式で表せ。 [15 点]

問 2. 8 個のギョウザ [70 点]

ある中華料理屋さんのカウンターで飲んでいる二人のお客さん、A さんと B さんに、お店の大將が次のような提案をもちかけた。

「今日のために仕込んだギョウザが、あと 8 個残っていますので、店からのおごりで、それをお二人に召し上がっていただきたいと思います。でも、ただ単に差し上げるだけではおもしろくないので、ゲームをしましょう。A さんと B さん、お二人同時に、0 個から 8 個までの個数で、ご自身が食べたいギョウザの個数を宣言してください。お二人が宣言された個数の合計が 8 個以下なら、ご自身が宣言された個数のギョウザを差し上げます。でも、お二人が宣言された個数の合計が 8 個を超えるなら、お二人にはギョウザを差し上げません。」

A さんと B さんはこのゲームをすることにした。A さんと B さんの利得はそれぞれ、自分が食べることのできるギョウザの個数だとしよう。A さんの宣言する個数を a 、B さんの宣言する個数を b で表せば、

- $a + b \leq 8$ のとき、A さんの利得は a 、B さんの利得は b 、
- $a + b > 8$ のとき、A さんの利得は 0、B さんの利得は 0、

となる。以下の問いに答えよ。

- (a) $(a, b) = (6, 6)$ はナッシュ均衡になるだろうか。理由も説明せよ。 [15 点]
- (b) A さんも B さんもギョウザを食べることができるナッシュ均衡をすべて示せ。 [15 点]
- (c) $b = 8$ のときの A さんの最適反応をすべて示せ。 [15 点]
- (d) A さんと B さんの二人のうち、一人だけがギョウザを食べることができて、もう一人はギョウザを食べることができないナッシュ均衡はあるだろうか。あるのなら、その均衡をひとつ示せ。ないのなら、その理由を説明せよ。 [15 点]
- (e) A さんと B さんの二人ともギョウザを食べることができないナッシュ均衡はあるだろうか。あるのなら、その均衡をひとつ示せ。ないのなら、その理由を説明せよ。 [10 点]